

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT
2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI, 26 APRILIE 2013****SUBIECT**

M_mate-info pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

Alle Themen sind verpflichtend. 10 Punkte werden geschenkt. Arbeitszeit: 3 Stunden.

I. THEMA (30 Punkte)

- 5p 1. Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$. Löse die Gleichung $f(f(x)) = x$.
- 5p 2. Bestimme die Summe der ersten 10 Glieder der arithmetischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, wenn $a_1 = \log_2 4$ und $a_3 = \log_2 16$.
- 5p 3. Löse die Gleichung $\sqrt{x} = x - 2$.
- 5p 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit eine zweistellige Zahl mit beiden Ziffern ungerade aus der Menge der natürlichen zweistelligen Zahlen zu wählen.
- 5p 5. Bestimme das Zeichen der Zahl $a = \cos 1 \cdot \cos 2$.
- 5p 6. Berechne die Länge der Seitenhalbierenden aus A des Dreiecks mit den Ecken $A(2, 2), B(2, 26), C(12, 2)$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Es seien die Matrixe $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Zeige, dass $\det A \neq 0$.
- 5p b) Zeige, dass die Umkehrmatrix der Matrix A die Matrix B ist.
- 5p c) Untersuche, ob $(A^n + A)(B^n - B) = B^{n-1} - A^{n-1}$ für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt.
2. Es sei der Polynom $f = X^4 - 2X^3 + X^2 - 4 \in \mathbb{R}[X]$, mit den komplexen Wurzeln x_1, x_2, x_3, x_4 .
- 5p a) Zeige, dass der Rest der Teilung des Polynoms f durch $X - 1$ gleich -4 ist.
- 5p b) Berechne den Quotienten der Teilung des Polynoms f durch den Polynom $(X - 1)^2$.
- 5p c) Zeige, dass der Polynom f genau zwei reelle Wurzeln hat.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$.
- 5p a) Berechne $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der Asymptote zur grafischen Darstellung der Funktion zu $-\infty$.
- 5p c) Beweise, dass für jede reelle Zahl $m > 0$, die Gleichung $f(x) = m$ eine einzige Lösung in \mathbb{R} hat.
2. Für jede natürliche Zahl n definiert man $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.
- 5p a) Berechne I_1 .
- 5p b) Zeige, dass die Folge I_n konvergent ist.
- 5p c) Berechne $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(e^{\frac{1}{n}} + 2e^{\frac{2}{n}} + \dots + ne^{\frac{n}{n}} \right)$.